

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

# **КОМП'ЮТЕРНА ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА**

## **ДИСКРЕТНИЙ АНАЛІЗ. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ**

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для студентів,  
які навчаються за спеціальністю 121 «Інженерія програмного забезпечення»,  
спеціалізації «Програмне забезпечення розподілених систем» та  
«Програмне забезпечення Web-технологій та мобільних пристроїв»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2017

Комп'ютерна дискретна математика: Дискретний аналіз. Математична логіка та теорія алгоритмів. Методичні вказівки до самостійної роботи студентів. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення», спеціалізації «Програмне забезпечення розподілених систем», «Програмне забезпечення Web-технологій та мобільних пристроїв»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: І. М. Кузьменко. – Електронні текстові дані (1 файл: 0,50 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. – 21 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 5 від 25.01.2018 р.)  
за поданням Вченої ради ТЕФ (протокол № 5 від 21.12.2017 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

# КОМП'ЮТЕРНА ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

## ДИСКРЕТНИЙ АНАЛІЗ. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ

Методичні вказівки до самостійної роботи студентів

Укладач: *Кузьменко Ігор Миколайович*, канд. техн. наук, доц.

Відповідальний  
редактор *Кублій Л.І.*, к. т. н., доц. каф. АПЕПС

Рецензент:  
*Бобков В.Б.*, к. ф.-м. н., доц. каф. АТЕП

Кредитний модуль “Комп'ютерна дискретна математика” є необхідним теоретичним фундаментом для вивчення наступних дисциплін “Основи розробки трансляторів”, “Архітектура комп'ютерів”, які подаються в наступних семестрах і в яких є необхідним знання принципів та законів формальної логіки, побудови та мінімізації логічних схем. В методичних вказівках описано матеріал для самостійної та контрольної роботи студентів. Теоретичний матеріал викладено достатньо чітко та пов'язано.

**Зміст**

Вступ	4
1. Мета та завдання кредитного модуля	4
2. Структура кредитного модуля	5
3. Лекційні заняття	6
4. Комп'ютерні практикуми	10
5. Самостійна робота	11
6. Контрольна робота та приклад виконання	13
7. Рейтингова система оцінювання результатів навчання	18
8. Методичні рекомендації	20
Рекомендована література	21

## Вступ

Вивчення кредитного модуля спирається на знання, отримані за програмою попередніх років навчання для студентів спеціальності 121 “Інженерія програмного забезпечення”.

У структурно-логічній схемі навчання зазначений кредитний модуль розміщується тоді, коли студенти вже прослухали такі дисципліни, як “Основи програмування”, “Комп’ютерна дискретна математика”, та набули певного досвіду у програмуванні і можуть виконати складні завдання комп’ютерного практикуму. З іншого боку, викладений матеріал може бути використаний при вивченні дисциплін “Основи розробки трансляторів”, “Архітектура комп’ютерів”, які подаються в наступних семестрах.

### 1. Мета і завдання кредитного модуля

2.1. Метою кредитного модуля є формування у студентів здатностей:

- здатність учитися (КСО.03);
- здатність використовувати математичні методи в обраній професії, базові знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань (КЗН.02);
- застосування стандартного апаратного та програмного забезпечення (4.ПФ.С.03).

2.2. Основні завдання кредитного модуля.

Згідно з вимогами програми навчальної дисципліни студенти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

**знання:**

- логічний наслідок і метод резолюцій у численні висловлювань та предикатів;

- реалізацію елементарної обчислювальності за допомогою частково-рекурсивних функцій і існування алгоритмічно-нерозв'язних проблем;
- математичну логіку; теорію автоматів і формальну граматику;
- комбінаторний аналіз;
- основи теорії автоматів;

**вміння:**

- будувати і перетворювати формули булевої алгебри;
- будувати і перетворювати формули логіки предикатів;
- реалізовувати формули математичної логіки у вигляді релейно-контактних схем;
- виконувати аналіз і синтез дискретних об'єктів і процесів, використовуючи елементи теорії комбінаторного аналізу;
- вирішувати типові рекурентні відношення;

**досвід:**

- використання математичної логіки з метою аналізувати задачу для побудови відповідних рекурентних рівнянь, мінімізування формул булевої алгебри, реалізації релейних схем.

## 2. Структура кредитного модуля

Назва	Кількість годин			
	Всього	у тому числі		
		Лекції	Лабораторні (комп. пр.)	С.р.с.
<b>Розділ 1. Дискретний аналіз</b>	<b>36</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>16</b>
Тема 1.1. Елементи теорії чисел.	20	6	6	8
Тема 1.2. Мінімізація булевих функцій, логічні схеми	12	4	2	6
Модульна контрольна робота	4		2	2
<b>Розділ 2. Математична логіка та</b>	<b>54</b>	<b>26</b>	<b>8</b>	<b>20</b>

<b>теорія алгоритмів</b>				
Тема 2.1. Математична логіка.	29	18	4	7
Тема 2.2. Теорія алгоритмів.	10	4		6
Тема 2.3. Елементи теорії автоматів	7	4	2	1
Залік	8		2	6
<b>Всього</b>	<b>90</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>36</b>

### 3. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
	<b>РОЗДІЛ 1. ДИСКРЕТНИЙ АНАЛІЗ</b>
1	<p><u>Вступ</u></p> <p>Цілі і задачі курсу, його місце в системі підготовки фахівців із комп'ютерних наук. (Л. 4, с.15-17, Л. 6, с. 11-15).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Внесок вчених у розвиток розділів дискретної математики, що вивчаються у даному курсі, історія зародження і становлення.</p> <p>Література (Л. 4, с.15-17, Л. 6, с. 11-15).</p>
	<b>Тема 1.1. Елементи теорії чисел.</b>
2	<p><u>Елементи теорії чисел</u> Найбільший спільний дільник. Найменше спільне кратне. Прості числа. Порівняння, властивості порівнянь. Повна система відрахувань. (Л. 3, с. 125-134, Л. 5, с. 67-74).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Наведена система відрахувань. Функція Ейлера. Функція Мебіуса. Формула перетворень Мебіуса.</p> <p>Література (Л. 3, с. 125-134, Л. 5, с. 67-74).</p>

3	<p><u>Елементи теорії чисел. Цілочисленні розв'язки лінійних рівнянь. Задача і теорема Ферма. Теорема про залишки. Порядок цілого числа.</u> (Л. 4, с. 125-144, Л. 6, с. 77-94).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Приклади задач. Розв'язання тотожностей.</p> <p>Література (Л. 2, с. 125-134, Л. 4, с. 67-75).</p>
	Тема 1.2. Мінімізація булевих функцій, логічні схеми
4	<p><u>Подання булевих функцій</u> в ДДНФ, ДКНФ, мінімізація булевих функцій 2-5 змінних методом карт Карно (Л. 4, с.380-395, Л. 7, с. 225-235).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Основні теоретичні відомості про мінімізацію булевих функцій, проведення мінімізації методом Квайна-Мак-Класкі, методом Порецького-Блейка.</p> <p>Література (Л. 4, с.380-395, Л. 7, с. 225-235).</p>
5	<p><u>Логічні схеми.</u> Аналіз логічних схем, синтез логічних схем. Типові вузли цифрових обчислювальних машин. Синтез логічної схеми компаратора, напівсуматора, повного суматора. (Л. 1, с. 80-94, Л. 2, с. 25-34).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Синтез логічних схем шифратора-дешифратора, мультиплексора-демультиплексора. Тригери, регістри.</p> <p>Література (Л. 1, с. 80-94, Л. 2, с. 25-34).</p>
	РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ
	Тема 2.1. Математична логіка.
6	<p><u>Логіка висловлювань.</u></p> <p>Історія і задачі математичної логіки. Формальні системи. Основні поняття алгебри висловлювань. Задачі алгебри висловлювань. Числення висловлювань. Діаграми Венна. (Л. 2, с.380-395, Л. 3, с. 425-435).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Основні схеми логічно правильних умовиводів.</p>

	Література (Л. 2, с.380-395, Л. 3, с. 425-435).
7	<p><u>Алгебричні системи. Основні поняття логіки висловлювань.</u> Схеми логічно правильних умовиводів. Дедуктивні висновки у логіці висловлювань. Обчислення висловлювань. Використання кванторів у висловлюваннях. (Л. 2, с.402-415, Л. 3, с. 455-468).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Формули в дедуктивній логіці. Методи доведення висловлювань.</p> <p>Література (Л. 2, с.402-415, Л. 3, с. 455-468).</p>
8	<p><u>Логіка предикатів.</u></p> <p>Основні поняття. Предикати. Поняття атома, молекули, формули. Логічні зв'язки. Побудова складних формул. (Л. 2, с.434-455, Л. 3, с. 470-480).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Область дії логічних зв'язок. Формули логіки предикатів. Квантори.</p> <p>Література (Л. 2, с.434-455, Л. 3, с. 470-480).</p>
9	<p><u>Формули у логіці предикатів.</u></p> <p>Закони й тотожності в логіці предикатів. Випереджені нормальні форми і логічний висновок. (Л. 2, с.460-474, Л. 3, с. 502-521).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Числення предикатів. Багатозначна логіка.</p> <p>Література (Л. 2, с.460-474, Л. 3, с. 502-521).</p>
10	<p><u>Методи доведення у формальній логіці</u></p> <p>Доведення за імплікацією. Беззмистовне доведення. Пряме доведення. Доведення протиставленням. Доведення методом повного перебору. Доведення від супротивного. (Л. 4, с.312-325, Л. 7, с. 153-159).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Приклади доведень. Література (Л. 4, с.312-325, Л. 7, с. 153-159).</p>
11	<p><u>Методи доведення у формальній логіці</u> Проблема зупинки алгоритму. Її доведення. Доведення за тотожністю. Конструктивне-неконструктивне доведення. Теореми Геделя про повноту системи (без доведення) (Л. 4,</p>



	<p>с.264-275, Л. 7, с. 50-58).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Приклади доведення за тотожністю</p> <p>Література (Л. 4, с.264-275, Л. 7, с. 50-58).</p>
12	<p><u>Математична індукція.</u> Принцип математичної індукції, повна й неповна індукція, доведення за індукцією. Приклади індукції в алгебрі й геометрії.(Л. 1, с. 105-114, Л. 2, с. 45-54).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Формула включень-виключень. Застосування. Композиції та розбиття.</p> <p>Література (Л. 1, с. 105-114, Л. 2, с. 45-54).</p>
13	<p><u>Доведення коректності програм</u></p> <p>Повна коректність алгоритму. Часткова коректність алгоритму. Логіка Флойда-Хоара. Приклад доведення. (Л. 4, с.345-375, Л. 7, с. 202-235).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Тріада Хоара. Передумова. Післяумова. Числення предикатів у блоках алгоритму.</p> <p>Література (Л. 4, с.345-375, Л. 7, с. 202-235).</p>
14	<p><u>Твірні функції</u></p> <p>Поняття твірної функції. Твірні функції та рекурентні співвідношення. Твірні функції та комбінаторні підрахунки. Розбиття. (Л. 4, с.35-50, Л. 7, с. 25-33.)</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Експоненційні твірні функції. Приклади твірних функцій.</p> <p>Література (Л. 4, с.35-50, Л. 7, с. 25-33).</p>
	Тема 2.3. Теорія алгоритмів
15	<p><u>Основні положення та означення теорії алгоритмів.</u> Поняття про алгоритм. Еволюція поняття алгоритму. (Л. 1, с.260-275, Л. 2, с. 102-121).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Властивості алгоритмів. Вимоги до алгоритмів.</p> <p>Література (Л. 1, с.260-275, Л. 2, с. 102-121).</p>

16	<p><u>Рекурсивні функції та алгоритми.</u> Одорідні лінійні рекурентні співвідношення. Неоднорідні лінійні рекурентні співвідношення. Скінченні різниці. Факторіальні багаточлени (Л. 4, с.165-175, Л. 7, с. 40-52).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Приклади рекурентних співвідношень. Додавання скінченних різниць.</p> <p>Література (Л. 4, с.165-175, Л. 7, с. 40-52).</p>
	Тема 2.3. Елементи теорії автоматів
17	<p><u>Підходи до визначення автомату</u> Автомат як обчислювальна функція. Автоматні моделі на основі детермінованих пристроїв. Абстрактна обчислювальна машина Тюрінга (Л. 1, с.290-315, Л. 2, с. 125-129).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Фінітний комбінаторний процес Поста. Теорія нормальних алгоритмів Маркова.</p> <p>Література (Л. 1, с.290-315, Л. 2, с. 125-129).</p>
18	<p><u>Автомати. Загальна характеристика автоматів.</u> Розпізнавачі. Скінченні автомати (Л. 3, с.786-801).</p> <p><i>Завдання на самостійну роботу.</i> Автомати з магазинною пам'яттю. Лінійно-обмежені автомати.</p> <p>Література (Л. 3, с.786-801).</p>

#### 4. Комп'ютерні практикуми

Мета циклу комп'ютерних практикумів полягає в тому, щоб студенти отримали практичні навички роботи з застосуванням апарату математичної логіки.

№ з/п	Назва комп'ютерного практикуму	Кількість ауд. годин
1	Мінімізація функцій алгебри логіки. Карти Карно	2
2	Аналіз та синтез логічних схем.	2

3	Предикати і квантори	2
4	Модульна контрольна робота	2
5	Логіка висловлювань, алгебра висловлювань	2
6	Математична дедукція, методи доведення за дедукцією.	2
7	Математична індукція, доведення за індукцією.	2
8	Скінченні автомати. Аналіз та синтез. Розпізнавачі.	2
9	Залік	2

### 5. Самостійна робота

	РОЗДІЛ 1. ДИСКРЕТНИЙ АНАЛІЗ	
1	Внесок вчених у розвиток розділів дискретної математики, що вивчаються у даному курсі, історія зародження і становлення. Література (Л. 4, с.15-17, Л. 6, с. 11-15).	
	Тема 1.1. Елементи комбінаторики та теорії чисел.	
2	Наведена система відрахувань. Функція Ейлера. Функція Мебіуса. Формула перетворень Мебіуса. Література (Л. 3, с. 125-134, Л. 5, с. 67-74).	
3	Приклади задач. Розв'язання тотожностей. Література (Л. 2, с. 125-134, Л. 4, с. 67-75).	
	Тема 1.2. Мінімізація булевих функцій.	
4	Основні теоретичні відомості про мінімізацію булевих функцій, проведення мінімізації методом Квайна-Мак-Класкі, методом Порецького-Блейка.  Література (Л. 4, с.380-395, Л. 7, с. 225-235).	

5	Синтез логічних схем шифратора-дешифратора, мультиплексора-демультиплексора. Тригери, регістри. Література (Л. 1, с. 80-94, Л. 2, с. 25-34).
	РОЗДІЛ 2. МАТЕМАТИЧНА ЛОГІКА ТА ТЕОРІЯ АЛГОРИТМІВ
	Тема 2.1. Математична логіка.
6	Основні схеми логічно правильних умовиводів. Література (Л. 2, с.380-395, Л. 3, с. 425-435).
7	Формули у дедуктивній логіці. Методи доведення висловлень. Література (Л. 2, с.402-415, Л. 3, с. 455-468).
8	Область дії логічних зв'язок. Формули логіки предикатів. Квантори. Література (Л. 2, с.434-455, Л. 3, с. 470-480).
9	Числення предикатів. Багатозначна логіка. Література (Л. 2, с.460-474, Л. 3, с. 502-521).
10	Використання методів доведення. Література (Л. 4, с.312-325, Л. 7, с. 153-159).
11	Приклади доведення за тотожністю. Література (Л. 4, с.264-275, Л. 7, с. 50-58).
12	Формула включень-виключень. Застосування. Композиції та розбиття. Література (Л. 1, с. 105-114, Л. 2, с. 45-54).
13	Тріада Хоара. Передумова. Післяумова. Числення предикатів у блоках алгоритму. Література (Л. 4, с.345-375, Л. 7, с. 202-235).
14	Експоненційні твірні функції. Приклади твірних функцій. Література (Л. 4, с.35-50, Л. 7, с. 25-33).
	Тема 2.3. Теорія алгоритмів
15	Властивості алгоритмів. Вимоги до алгоритмів. Література (Л. 1, с.260-275, Л. 2, с. 102-121).

16	Приклади рекурентних співвідношень. Додавання скінченних різниць. Література (Л. 4, с.165-175, Л. 7, с. 40-52).
	Тема 2.3. Елементи теорії автоматів
17	Фінітний комбінаторний процес Поста. Теорія нормальних алгоритмів Маркова. Література (Л. 1, с.290-315, Л. 2, с. 125-129).
18	Автомати з магазинною пам'яттю. Лінійно-обмежені автомати. Література (Л. 3, с.786-801).

### 6. Контрольна робота та приклад виконання

Для перевірки засвоєння студентами знань, отриманих при прослуховуванні лекцій, виконанні практикумів та при самостійній роботі відповідно до робочого навчального плану проводиться модульна контрольна робота. Завдання модульної контрольної роботи мають практичний характер. Модульна контрольна робота проводиться за першим розділом кредитного модуля і містить п'ять практичних завдань за наведеним нижче зразком.

Завдання на модульну контрольну роботу [Л.1, с.451, Л. 2, с.142].

1. Мінімізувати формулу алгебри логіки, користуючись картою Карно

$$xyz + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

2. Мінімізувати формулу алгебри логіки, користуючись картою Карно

$$wxyz + wx\bar{y}z + w\bar{x}yz + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z$$

3. Мінімізувати формулу алгебри логіки, користуючись картою Карно

$$wxyz + wx\bar{y}z + wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}\bar{y}z + w\bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z$$

4. Мінімізувати формулу алгебри логіки, користуючись картою Карно

$$wxyz + wx\bar{y}z + wx\bar{y}\bar{z} + w\bar{x}yz + w\bar{x}y\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}z + \bar{w}\bar{x}yz + \bar{w}\bar{x}\bar{y}z$$

5. Мінімізувати формулу алгебри логіки, користуючись картою Карно

$$xyz + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$$

6. Мінімізувати формулу алгебри логіки, користуючись картою Карно

$$xy\bar{z} + x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$$

7. Мінімізувати формулу алгебри логіки, користуючись картою Карно

$$x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$

8. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 5,2,6,8,9,12,13,10.

9. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 6,7,10,9,12,3,4,1,14.

10. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 7,8,10,12,4,3,14,15.

11. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 1,2,7,8,11,12,0,15.

12. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 2,5,4,6,7,8,10,13,0.

13. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 0,3,6,7,4,10,11,13.

14. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 1,2,4,8,9,12,0,15.

15. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 2,5,4,6,7,8,10,13,0.

16. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 0,3,6,7,4,10,11,13.

17. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 1,2,7,8,6,12,0,15.

18. Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 0,3,6,7,4,10,11,13.

19. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число непарне.
20. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число ділиться на 3.
21. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число ділиться на 3 і 4.
22. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число дорівнює 4, або 5, або 6.
23. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число ділиться на 4.
24. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число рівне 2, або 9.
25. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число ділиться на 3 або на 5.
26. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи ділиться число на 3.
27. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число не рівне 4, 5 або 6.
28. Побудувати логічну схему, що відображає голосування 3 членів комітету, в якому Сміт і Джон завжди голосують проти Маркуса.
29. Побудувати логічну схему пристрою на вхід якого надходить трибітне число, і на виході якого визначається, чи число рівне 2, 4 або 6.
30. Побудувати логічну схему пристрою, описаного формулою. Мінімізувати формулу, користуючись картою Карно, і побудувати логічну схему за мінімізованою формулою.

$$(p'q + (q'r))' + ps'$$

31. Побудувати логічну схему пристрою, описаного формулою. Мінімізувати формулу, користуючись картою Карно, і побудувати логічну схему за мінімізованою формулою.

$$(pq') + ((qr') + (p'r))$$

32. Побудувати логічну схему пристрою, описаного формулою. Мінімізувати формулу, користуючись картою Карно, і побудувати логічну схему за мінімізованою формулою.

$$(q(r + s))((p'q') + (qr'))$$

33. Побудувати логічну схему пристрою, описаного формулою. Мінімізувати формулу, користуючись картою Карно, і побудувати логічну схему за мінімізованою формулою.

$$((pq')' + (r's))(p + r')$$

### Приклад виконання завдання

Методом карт Карно мінімізувати функцію  $f(a,b,c,d)$ , задану конститuentами одиниці 0,1,4,7,10,11,12,13.

Таблиця істинності (табл. 1) для функції від чотирьох змінних містить  $2^4=16$  рядків. Значення функції за умовою визначаються конститuentами (нулі опускаємо), як наведено нижче.

Табл. 1. Таблиця істинності

№	a	b	c	d	$f(a,b,c,d)$	Елементарні кон'юнкції (мінтерми)
0					1	$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$
1				1	1	$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot d$
2			1			
3			1	1		
4		1			1	$\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$



5		1		1		
6		1	1			
7		1	1	1	1	$\bar{a} \cdot b \cdot c \cdot d$
8	1					
9	1			1		
10	1		1		1	$a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot \bar{d}$
11	1		1	1	1	$a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot d$
12	1	1			1	$a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$
13	1	1		1	1	$a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot d$
14	1	1	1			
15	1	1	1	1		

Розмістимо значення з таблиці істинності в карту Карно, відповідно до коду Грея. У таблиці 1-а подано розгорнутий вигляд карти Карно, а в таблиці 1-б, – звичайний.

Таблиця 1-а. Карта Карно, розгорнутий вигляд

	$\bar{a}$	$a$		
$\bar{c}$	$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$	$\bar{a} \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$	$a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$	$\bar{d}$
	$\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c \cdot \bar{d}$		$a \cdot b \cdot c \cdot \bar{d}$	$d$
$c$		$\bar{a} \cdot b \cdot c \cdot d$		$a \cdot \bar{b} \cdot c \cdot d$
				$a \cdot b \cdot c \cdot d$
	$\bar{b}$	$b$	$\bar{b}$	

Таблиця 1-б. Карта Карно.

	00	01	11	10
00	1	1	1	
01	1		1	
11		1		1
10				1

На рисунку 1 показано групування конститuent, відповідно до правил спрощення.

	00	01	11	10
00	1	1	1	
01	1		1	
11		1		1
10				1

  

	00	01	11	10
00	1	1	1	
01	1		1	
11		1		1
10				1

Рис. 1. Варіанти групування мінтермів у карті Карно.

Як видно з рис. 1, є п'ять груп, які складаються з  $2^0=1$ ,  $2^1=2$  мінтермів. До того ж, для мінімізації немає значення, як будувати групу II – зліва чи справа, оскільки кількість груп в мінімізованій формулі не зміниться.

Відповідно, маємо для кожної з груп, після мінімізації:

I:  $\bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c}$ ,

II:  $\bar{a} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d}$ , (рис. 1, зліва)

III:  $\bar{a} \cdot b \cdot c \cdot d$  – група не мінімізується,

IV:  $a \cdot b \cdot \bar{c}$ ,

V:  $a \cdot \bar{b} \cdot c$ .

У результаті, отримаємо мінімізовану функцію

$$f(a, b, c, d) = \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot \bar{c} \vee \bar{a} \cdot \bar{c} \cdot \bar{d} \vee \bar{a} \cdot b \cdot c \cdot d \vee a \cdot b \cdot \bar{c} \vee a \cdot \bar{b} \cdot c.$$

## 7. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Рейтинг студента з кредитного модуля виставляється за багатобальною системою, з подальшим перерахуванням у 4-бальну.

Максимальна кількість балів з кредитного модуля дорівнює 100.

Нарахування балів по окремих видах робіт:

- 1) робота на лекціях;
- 2) робота на практикумах;
- 3) написання контрольної роботи (МКР).

## СИСТЕМА РЕЙТИНГОВИХ (ВАГОВИХ) БАЛІВ ТА КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ

### 1. Робота на лекціях

На лекціях може бути проведено бліцопитування студентів. Такі опитування проводяться на лекціях 5 разів протягом семестру, наприкінці лекції. Ваговий бал за правильну відповідь - 1. Максимальна кількість балів, які може отримати кожен студент за семестр, – 5.

### 2. Виконання комп'ютерних практикумів

Ваговий бал – 6. Максимальна кількість балів за всі роботи дорівнює

$$3 \text{ б.} \times 6 = 18 \text{ б.}$$

Ваговий бал – 6. Максимальна кількість балів за три частини контрольної роботи дорівнює

$$13 \text{ б.} \times 3 = 39 \text{ балів.}$$

Ваговий бал за відповідь на занятті 3 бали

$$3 \text{ б.} \times 6 = 18 \text{ б.}$$

### 3. Модульний контроль

На одному з лабораторних занять проводиться модульна контрольна робота: Максимальний ваговий бал – 20.

Оцінювання модульної контрольної роботи виконується так:

– якщо на всі питання дано повні та чітко аргументовані відповіді, контрольна виконана охайно, з дотримання основних правил, то виставляється 90- 100% від максимальної кількості балів.

– якщо методику виконання запропонованого завдання розроблено правильно, але допущено неprincipові помилки у теоретичному описі або розрахунках, то виставляється 75-90% від максимальної кількості балів.

– від 12 до 15 балів нараховується, якщо методику виконання завдання розроблено в основному правильно, але допущено деякі з таких помилок: помилки у поданні вихідних даних, не обґрунтовано теоретичні рішення, помилки у методиці розрахунків.

– нижче 12 балів нараховується, якщо завдання не виконано або допущено грубі помилки.

Розрахунок шкали (R) рейтингу:

Сума вагових балів контрольних заходів протягом семестру становить:

$$R=5+75+20=100 \text{ балів}$$

Таким чином, рейтингова шкала з кредитного модуля складає 100 балів.

Необхідною умовою заліку є стартовий рейтинг  $r$ , що дорівнює  $0,4 \cdot 100 = 40$  балів.

Студенти, які набрали протягом семестру рейтинг з кредитного модуля  $0,4R \leq r < 0,6R$ , зобов'язані виконувати залікову контрольну роботу (співбесіду).

Для отримання студентом відповідних оцінок (ECTS та традиційних) його рейтингова оцінка RD переводиться згідно з таблицею:

Шкала оцінювання

RD	Оцінка ECTS
95...100	Відмінно
85...94	Дуже добре
75...84	Добре
65...74	Задовільно
60...64	Достатньо
40... 59	Незадовільно
RD < 40	Не допущений

## 8. Методичні рекомендації

Вивчення дисципліни передбачає велику інтенсивність самостійної роботи. Самостійна робота студентів передбачає поглиблене вивчення тем, що розглядаються на лекціях, та виконання індивідуальних завдань за варіантами, які видає викладач.

Перевірка результатів виконання має за головну мету продовження процесу вивчення матеріалу з поясненням труднощів, які виникають у ході СРС.

Додаткові індивідуальні консультації проводяться один раз на тиждень за графіком. На початку семестру кожен студент одержує в електронному вигляді завдання.

## Рекомендована література

### Базова

1. Rosen K. Discrete Mathematics And Its Applications. – McGraw-Hill, 1999. – 700 p.
2. Джеймс А. Дискретная математика и комбинаторика: Пер. с англ. - М.: Издательский дом “Вильямс”, 2004. – 960 с.
3. Комп’ютерна дискретна математика: підручник / М.Ф. Бондаренко, Н.В. Білоус А. Г. Руткас. – Харків: “Компанія СМІТ”, 2004. – 480 с.
4. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика: теория, задачи, приложения. – М.: Вузовская книга, 2000. – 386 с.
5. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: МЦНМО, 1999. – 960 с.

### Допоміжна

6. Лавров И.А., Максимова Л.Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1984. – 256 с.
7. Москинова Г.И. Дискретная математика в примерах и уравнениях: Учебное пособие. – М.: Логос, 2001. – 240 с.
8. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М., 1991. – 392 с.